1.3. ERROS NA FASE DE RESOLUÇÃO

Para a resolução de modelos matemáticos, muitas vezes torna-se necessária a utilização de instrumentos de cálculo que necessitam, para seu funcionamento, que sejam feitas certas aproximações. Tais aproximações podem gerar erros que serão apresentados a seguir, após uma pequena revisão sobre mudança de base.

1.3.1. Conversão de Bases

Um número na base 2 pode ser escrito como:

$$a_m 2^m + \ldots + a_2 2^2 + a_1 2 + a_0 2^0 + a_1 2^{-1} + a_2 2^{-2} + \ldots + a_n 2^n$$

ou ainda,

$$\sum_{i=n}^{m} = a_i \cdot 2^i$$

onde:

a_i — é 0 ou 1

n, m — números inteiros, com $n \leqslant 0$ e $m \geqslant 0$

Para mudar de base 2 para base 10, basta multiplicar o dígito binário por uma potência de 2 adequada.

Exemplo 1.3

$$\begin{aligned} 1011_2 &= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 8 + 0 + 2 + 1 \\ &= 11_{10} \end{aligned}$$

Exemplo 1.4

$$\begin{aligned} 10{,}1_2 &= 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} \\ &= 2 + 0 + 0{,}5 \\ &= 2{,}5_{10} \end{aligned}$$

Exemplo 1.5

$$\begin{aligned} 11{,}01_2 &= 1 + 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} \\ &= 2 + 1 + 0{,}25 \\ &= 3{,}25_{10} \end{aligned}$$

Para converter um número da base 10 para a base 2, tem-se que aplicar um processo para a parte inteira e um outro para a parte fracionária.

Para transformar um número inteiro na base 10 para base 2 utiliza-se o método das divisões sucessivas, que consiste em dividir o número por 2, a seguir divide-se por 2 o quociente encontrado e assim o processo é repetido até que o último quociente seja igual a 1. O número binário será, então, formado pela concatenação do último quociente com os restos das divisões lidos em sentido inverso ao que foram obtidos, ou seja,

$$\begin{array}{lllllll} N & \underline{|2} & & & & & \\ r_1 & q_1 & \underline{|2} & & & & \\ & r_2 & q_2 & \underline{|2} & & & \\ & & r_3 & q_3 & \ldots & & \\ & & & & & q_{n-1} & \underline{|2} \\ & & & & & r_{n-1} & 1 \end{array}$$

$$N_{10} = 1 r_{n-1} \ldots r_3 r_2 r_1$$

Exemplo 1.6

```
18 |2
0   9 |2
    1  4 |2
       0  2 |2
          0  1
```

$18_{10} = 10010_2$

Exemplo 1.7

```
11 |2
1   5 |2
    1  2 |2
       0  1
```

$11_{10} = 1011_2$

Para transformar um número fracionário na base 10 para base 2, utiliza-se o método das multiplicações sucessivas, que consiste em:

a) multiplicar o número fracionário por 2;

b) deste resultado, a parte inteira será o primeiro dígito do número na base 2 e a parte fracionária é novamente multiplicada por 2. O processo é repetido até que a parte fracionária do último produto seja igual a zero.

Exemplo 1.8

$$\begin{array}{r} 0{,}1875 \\ \times 2 \\ \hline 0{,}3750 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}375 \\ \times 2 \\ \hline 0{,}750 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}75 \\ \times 2 \\ \hline 1{,}50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}50 \\ \times 2 \\ \hline 1{,}00 \end{array}$$

$0{,}1875_{10} = 0{,}0011_2$

Exemplo 1.9

$$\begin{array}{r} 0{,}6 \\ \times 2 \\ \hline 1{,}2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}2 \\ \times 2 \\ \hline 0{,}4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}4 \\ \times 2 \\ \hline 0{,}8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}8 \\ \times 2 \\ \hline 1{,}6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}6 \\ \times 2 \\ \hline 1{,}2 \end{array}$$

... os produtos estão começando a se repetir

$0{,}6_{10} = 0{,}1001\ldots_2$

Exemplo 1.10

$13{,}25_{10} = 13_{10} + 0{,}25_{10}$

```
13 |2
1   6 |2
    0  3 |2
       1  1
```

$$\begin{array}{r} 0{,}25 \\ \times 2 \\ \hline 0{,}50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}50 \\ \times 2 \\ \hline 1{,}00 \end{array}$$

$13_{10} = 1101_2$

$0{,}25_{10} = 0{,}01_2$

$13{,}25_{10} = 1101_2 + 0{,}01_2 = 1101{,}01_2$