Capítulo 2

Sistemas Lineares

2.1. INTRODUÇÃO

Um problema de grande interesse prático que aparece, por exemplo, em cálculo de estruturas e redes elétricas e solução de equações diferenciais, é o da resolução numérica de um sistema linear S_n de n equações com n incógnitas:

$$S_n = \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \tag{2.1}$$

ou

$$S_n = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.2}$$

Sob a forma matricial S_n pode ser escrito como

$$A\mathbf{x} = b \tag{2.3}$$

onde A é uma matriz quadrada de ordem n, b e $\mathbf{x}$ são matrizes $n \times 1$, isto é, com n **linhas e uma coluna**, a_{ij} é chamado coeficiente da incógnita x_j e os b_i são chamados **termos independentes**, com $i, j = 1, 2, \ldots, n$. Tanto os coeficientes quanto os **termos independentes** são, em geral, dados do problema. A matriz A é chamada matriz **dos coeficientes** e a matriz:

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} & b_n \end{pmatrix} = [A : b]$$

é chamada matriz aumentada ou matriz completa do sistema.

Os números $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n$ constituem uma solução de (2.1) ou (2.2) se para $x_i = \bar{x}_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$ as equações de S_n se transformam em igualdades numéricas. Com estes números, pode-se formar a matriz coluna.

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_n \end{pmatrix}$$

a qual é chamada matriz solução de (2.3). Observe que por definição

$$\bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}_1\ \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_n)^T$$