2.1.1. Classificação Quanto ao Número de Soluções

Um sistema linear pode ser classificado quanto ao número de soluções em *compatível,* quando apresenta solução, e *incompatível,* caso contrário.

Exemplo 2.1

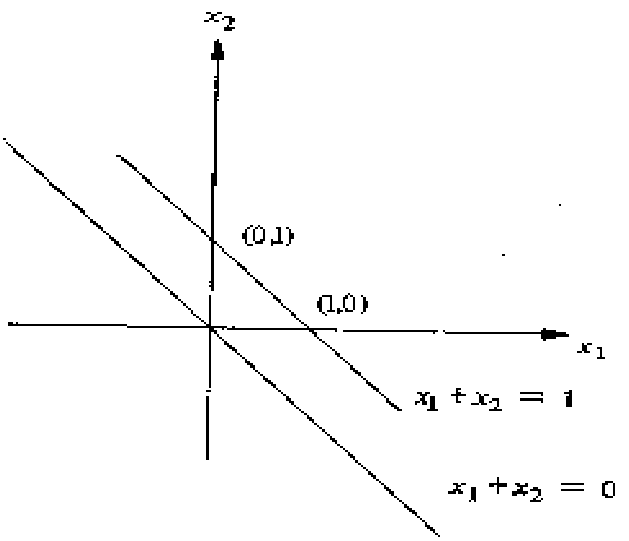
Se $b_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$, isto é, se a matriz $b = 0$, o sistema é dito *homogêneo.* Todo sistema homogêneo é compatível, pois admite sempre a solução $x_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$, ou seja, a matriz $\mathbf{x} = 0$ é sempre solução. Esta solução é chamada de trivial.

Exemplo 2.2

O sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

é incompatível. Geometricamente, pode-se interpretar o sistema do seguinte modo: tomando coordenadas num plano, a equação $x_1 + x_2 = 0$ é a equação de uma reta, o mesmo sucedendo para a equação $x_1 + x_2 = 1$:



Logo, a solução do sistema, que seria o ponto comum entre as retas, não existe, pois elas são paralelas.

Figura 2.1

Os sistemas compatíveis podem ainda ser classificados em *determinado,* quando apresenta uma única solução, e *indeterminado,* caso contrário.

Exemplo 2.3

O sistema homogêneo

$$S_1 = \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$

é determinado, enquanto que

$$S_2 = \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

é indeterminado. Geometricamente, as retas de S_1 têm em comum a origem, enquanto que as retas de S_2, coincidem.