1.2. ERROS NA FASE DE MODELAGEM

Ao se tentar representar um fenômeno do mundo físico por meio de um modelo matemático, raramente se tem uma descrição correta deste fenômeno. Normalmente, são necessárias várias simplificações do mundo físico para que se tenha um modelo matemático com o qual se possa trabalhar.

Pode-se observar estas simplificações nas Leis de Mecânica que são ensinadas no 2º grau.

Exemplo 1.1

Para o estudo do movimento de um corpo sujeito a uma aceleração constante, tem-se a seguinte equação:

$$d = d_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \tag{1.1}$$

onde:

d — distância percorrida
d_0 — distância inicial
v_0 — velocidade inicial
t — tempo
a — aceleração

Supondo-se que um engenheiro queira determinar a altura de um edifício e que para isso disponha apenas de uma bolinha de metal, um cronômetro e a fórmula acima, ele sobe então ao topo do edifício e mede o tempo que a bolinha gasta para tocar o solo, ou seja, 3 segundos.

Levando este valor à equação (1.1), obtém-se:

$$d = 0 + 0 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 3^2$$

$$d = 44{,}1 \text{ m}$$

Este resultado é confiável?

É bem provável que não, pois no modelo matemático não foram consideradas outras forças como, por exemplo, a resistência do ar, a velocidade do vento etc.

Além destas, existe um outro fator que tem muita influência: a precisão da leitura do cronômetro, pois para uma pequena variação no tempo medido existe uma grande variação na altura do edifício. Se o tempo medido fosse 3,5 segundos ao invés de 3 segundos, a altura do edifício seria de 60 metros. Em outras palavras, para uma variação de 16,7% no valor lido no cronômetro, a altura calculada apresenta uma variação de 36%.

Com este exemplo pode-se notar a grande influência que o modelo matemático e a precisão dos dados obtidos exercem sobre a confiabilidade da resposta conseguida.

Será visto, a seguir, um outro exemplo para melhor mostrar essa influência.

Exemplo 1.2

A variação no comprimento de uma barra de metal sujeita a uma certa variação de temperatura é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta \ell = \ell_0 (\alpha t + \beta t^2) \tag{1.2}$$

onde:

$\Delta \ell$ — variação do comprimento
ℓ_0 — comprimento inicial
t - temperatura
α e β — constantes específicas para cada metal

Supondo-se que um físico queira determinar a variação no comprimento de uma barra de metal quando sujeita a uma variação de temperatura de $10^{\circ}C$ e sabendo-se que

$$\ell_0 = 1 \text{ m}$$
$$\left.\begin{array}{l} \alpha = 0{,}001253 \\ \beta = 0{,}000068 \end{array}\right\} \text{obtidos experimentalmente}$$

basta que se substituam estes valores na equação (1.2), ou seja:

$$\Delta \ell = 1 \cdot (0{,}001253 \cdot 10 + 0{,}000068 \cdot 10^2)$$

$$\Delta \ell = 0{,}019330$$

Entretanto, como os valores de α e β foram obtidos experimentalmente com a precisão da ordem de 10^{-6}, tem-se que:

$$0{,}001252 < \alpha < 0{,}001254 \quad \text{e}$$

$$0{,}000067 < \beta < 0{,}000069$$

então:

$$\begin{cases} \Delta \ell > 1 \cdot (0{,}001252 \cdot 10 + 0{,}000067 \cdot 10^2) \\ \Delta \ell < 1 \cdot (0{,}001254 \cdot 10 + 0{,}000069 \cdot 10^2) \end{cases}$$

logo:

$$0{,}019220 < \Delta \ell < 0{,}019440$$

ou, ainda,

$$\Delta \ell = 0{,}0193 \pm 10^{-4}$$

Como se pode notar, uma imprecisão na sexta casa decimal de α e β implicou uma imprecisão na quarta casa decimal de $\Delta \ell$.

Dependendo do instrumento que o físico utilize para medir a variação do comprimento, esta imprecisão não será notada e, para ele, o resultado será exato.

Deve-se ter sempre em mente que a precisão do resultado obtido não é só função do modelo matemático adotado, mas também da precisão dos dados de entrada.