

# ÁREA DE FIGURAS PLANAS

## O CONCEITO DE ÁREA

Em diversos contextos e por vários motivos os povos sentiram necessidade de medir superfícies. No antigo Egito, por exemplo, a cada ano, os estiradores de cordas – homens incumbidos de demarcar as terras inundadas pelo rio Nilo, determinavam a área de cada propriedade, não apenas para que os proprietários pudessem preservar suas terras, mas também e principalmente, para que fosse garantido o pagamento dos impostos sobre essas propriedades aos faraós.

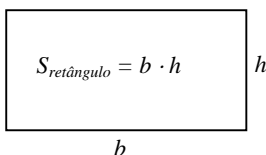
Atualmente, por outros motivos, temos a necessidade de determinar áreas. Por exemplo, ao fazer a previsão de gastos para azulejar uma cozinha, ou, ainda, para decidir qual a área que um escritório deve ter para acomodar uma determinada quantidade de funcionários.

É importante saber que para medir\* uma superfície é necessário tomar uma outra superfície, considerada unidade de medida, e verificar quantas vezes essa superfície cabe naquela que se quer medir.

\* um dos significados para a palavra **medir é comparar**. Ao medir uma superfície, estamos, na verdade, comparando-a com outra, que pode ser menor ou maior.

## NOTAS

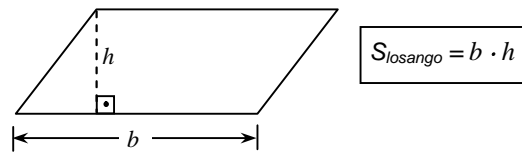
- ✘ Unidade de medida é o instrumento usado para comparar medidas. Por exemplo, o  $m^2$ , a polegada, a jarda o ano-luz etc.
- ✘ Perímetro de um polígono é a soma das medidas dos seus lados.
- ✘ Figuras congruentes têm mesma área.
- ✘ Se uma região R é dividida em duas regiões  $R_1$  e  $R_2$ , então,  $S_R = S_{R1} + S_{R2}$ .
- ✘ A área de uma região retangular é o produto dos comprimentos de dois lados consecutivos.



- ✘ Duas figuras são ditas equivalentes quando têm áreas iguais.
- ✘ Um metro quadrado ( $1m^2$ ) é uma superfície que corresponde a um quadrado de 1 metro de lado.

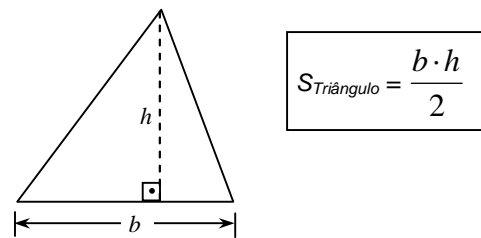
## ÁREA DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS

### Área do Paralelogramo

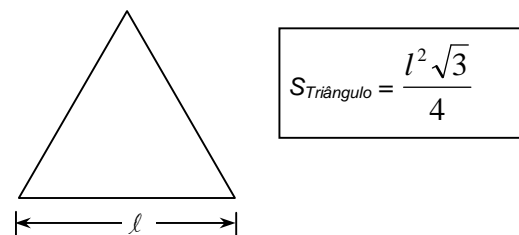


### Áreas de Triângulos

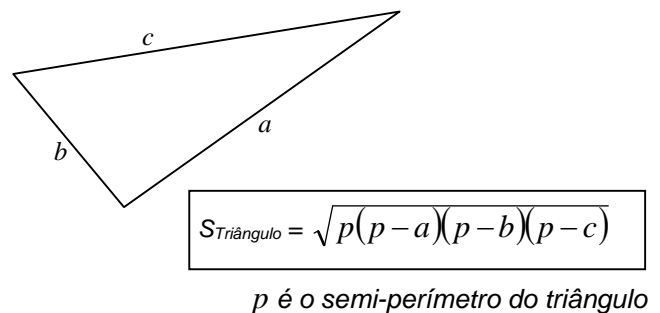
- ✘ Conhecendo sua base e sua altura



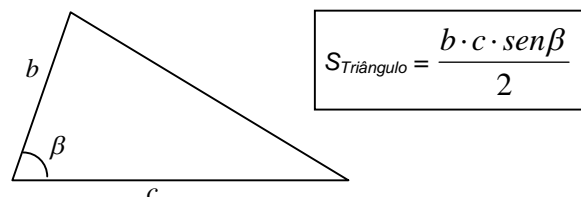
- ✘ Conhecendo o lado ( $l$ ) de um triângulo equilátero



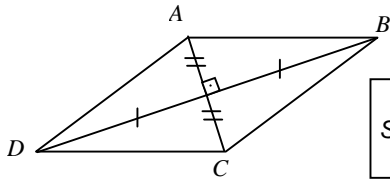
- ✘ Conhecendo seus lados – Fórmula de Hierão



- ✘ Conhecendo dois lados e o ângulo entre eles

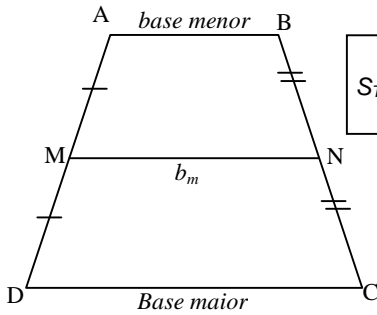


Área do Losango



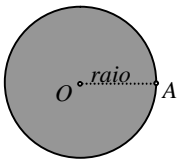
$$S_{\text{Losango}} = \frac{DB \cdot AC}{2}$$

Área do Trapézio



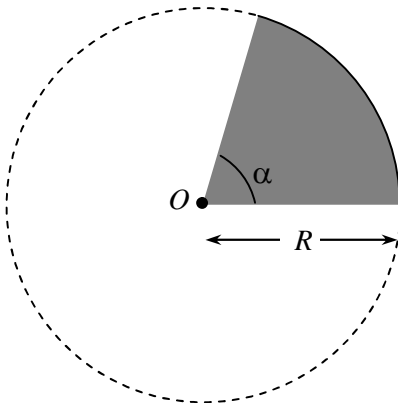
$$S_{\text{Trapézio}} = \frac{(AB + CD)}{2} \cdot h$$

Área do Círculo de raio R



$$S_{\text{Círculo}} = \pi r^2$$

Área do Setor Circular de raio R e ângulo  $\alpha$



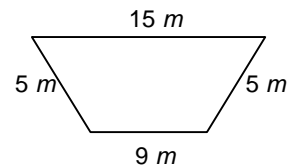
$$S_{\text{Setor}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi R^2$$

EXERCÍCIOS

01. (UFRJ - 2004) Um grande ato publico em favor da Educação foi organizado em uma certa cidade. Uma avenida de 1,25 km de extensão e 40 m de largura foi totalmente tomada pelo público.

Supondo que quatro pessoas ocupam 1 metro quadrado, calcule quantas pessoas foram ao evento.

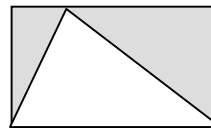
02. (Unirio-2002) Considere um tablado para a Escola de Teatro da UNIRIO com a forma trapézoidal abaixo.



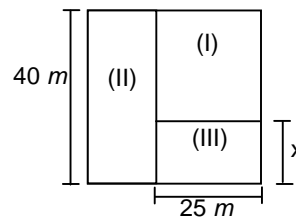
Quantos m<sup>2</sup> de madeira serão necessários para cobrir a área delimitada por esse trapézio?

- a) 75 b) 36 c) 96 d) 48 e) 60

03. Calcule a área sombreada, sabendo que a área do paralelogramo é 80 m<sup>2</sup>.



04. (UENF 2000) Um terreno com a forma de um quadrado de 40m de lado foi dividido em três regiões retangulares, destinadas à construção de uma casa (I), um campo de futebol (II) e uma piscina (III), conforme sugere a figura a seguir:

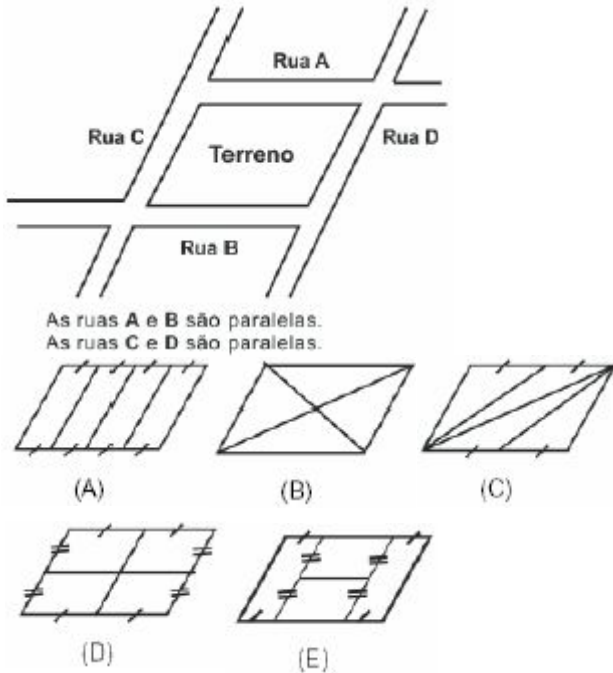


Sabendo que as áreas das regiões I e II são iguais, calcule:

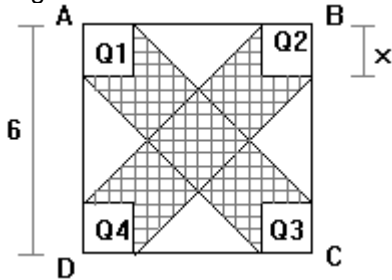
- A) a área da região II;  
B) o valor de x na região III.

05. (Enem) Um terreno com o formato mostrado na figura foi herdado por quatro irmãos e deverá ser dividido em quatro lotes de mesma área. Um dos irmãos fez algumas propostas de divisão para que fossem analisadas pelos demais herdeiros.

Dos esquemas abaixo, onde lados de mesma medida têm símbolos iguais, o único em que os quatro lotes não possuem, necessariamente, a mesma área é:



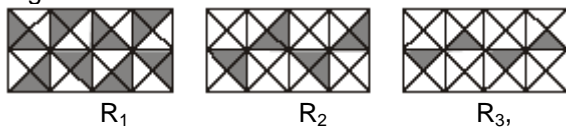
06. (UFRJ) Na figura abaixo o quadrado ABCD tem lado 6.  $Q_1, Q_2, Q_3$  e  $Q_4$  são quadrados de lado  $x$ . A região hachurada tem área 16.



Determine  $x$ .

07. (PUC-SP) Uma pizzaria oferece aos seus clientes pizzas grandes de forma circular por R\$ 50,00. Para atender alguns pedidos, a pizzaria passará a oferecer a seus clientes pizzas médias, também de forma circular. Qual deverá ser o preço da pizza média, se o preço das pizzas são proporcionais às suas áreas? (Dados: raio da pizza grande = 35 cm e raio da pizza média = 28 cm).

08. (UFF-2000) Os retângulos  $R_1, R_2$  e  $R_3$ , representados na figura, são congruentes e estão divididos em regiões de mesma área.



Ao se calcular o quociente entre a área da região pintada e a área total de cada um dos retângulos  $R_1, R_2$  e  $R_3$ , verifica-se que os valores obtidos formam uma progressão geométrica (P.G.) decrescente de três termos.

A razão dessa P. G. é:

- a)  $1/8$  b)  $1/4$  c)  $1/2$  d) 2 e) 4

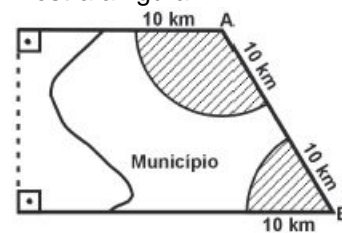
09. (ENEM-03) Dados divulgados pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais mostraram o processo de devastação sofrido pela Região Amazônica entre agosto de 1999 e agosto de 2000. Analisando fotos de satélites, os especialistas concluíram que, nesse período, sumiu do mapa um total de 20000 quilômetros quadrados de floresta. Um órgão de imprensa noticiou o fato com o seguinte texto:

*O assustador ritmo de destruição é de um campo de futebol a cada oito segundos.*

Considerando que um ano tem aproximadamente  $32 \times 10^6$  s (trinta e dois milhões de segundos) e que a medida da área oficial de um campo de futebol é aproximadamente  $10^{-2}$  km<sup>2</sup> (um centésimo de quilômetro quadrado), as informações apresentadas nessa notícia permitem concluir que tal ritmo de desmatamento, em um ano, implica a destruição de uma área de

- A) 10 000 km<sup>2</sup>, e a comparação dá a ideia de que a devastação não é tão grave quanto o dado numérico nos indica.
- B) 10 000 km<sup>2</sup>, e a comparação dá a ideia de que a devastação é mais grave do que o dado numérico nos indica.
- C) 20 000 km<sup>2</sup>, e a comparação retrata exatamente o ritmo da destruição.
- D) 40 000 km<sup>2</sup>, e o autor da notícia exagerou na comparação, dando a falsa impressão de gravidade a um fenômeno natural.
- E) 40 000 km<sup>2</sup> e, ao chamar a atenção para um fato realmente grave, o autor da notícia exagerou na comparação.

10. (ENEM-01) Um município de 628 km<sup>2</sup> é atendido por duas emissoras de rádio cujas antenas A e B alcançam um raio de 10km do município, conforme mostra a figura:



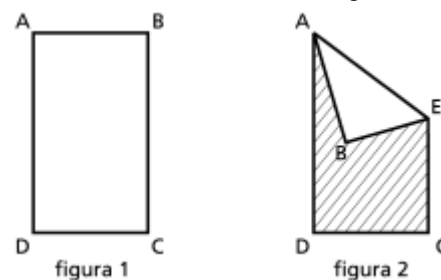
Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de

pele menos uma das emissoras.

Essa probabilidade é de, aproximadamente,

- A) 20% B) 25% C) 30% D) 35% E) 40%

11. (UERJ-2003) Uma folha de papel retangular, como a da figura 1, de dimensões 8 cm x 14 cm, é dobrada como indicado na figura 2.



Se o comprimento CE é 8 cm, a área do polígono AD-CEB, em  $cm^2$ , é igual a:

- a) 112 b) 88  
c) 64 d) 24

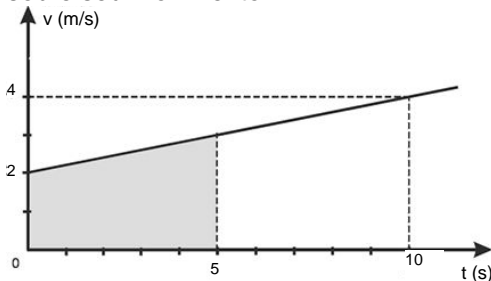
**12. (Unesp-SP)** O menor país do mundo é o Vaticano, com  $0,4 km^2$  de área. Se o território do Vaticano tivesse a forma de um quadrado, então a medida de seus lados, em metros, estaria entre:

- a) 200 e 201 b) 220 e 221  
c) 401 e 402 d) 632 e 633

**13. (UFRJ - 2005)** Uma pizzaria vende pizzas grandes e pequenas no tradicional formato circular. As grandes têm 40 cm de diâmetro e custam R\$ 18,00; as pequenas têm 20 cm de diâmetro e custam R\$ 6,00. Todas têm a mesma espessura.

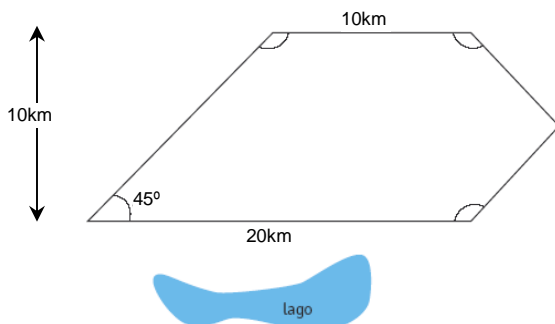
- a) Lúcia e Raquel foram a essa pizzaria dispendo, cada uma, de R\$ 10,00. Raquel propôs dividir uma pizza grande; Lúcia sugeriu que pedissem três pequenas. Qual dessas opções permite que elas comam mais?  
b) Manuel e Joaquim foram a essa pizzaria, com muita fome, e gastaram R\$ 60,00 em 10 pizzas pequenas. Determine de quantas outras formas eles poderiam, nessa pizzaria, gastar os mesmos R\$ 60,00 em pizzas.  
c) Em qual das opções do item anterior os dois comeriam mais pizzas?

**14. (UENF-UERJ-01)** Um atleta está treinando em uma pista retilínea e o gráfico abaixo apresenta dados sobre seu movimento.



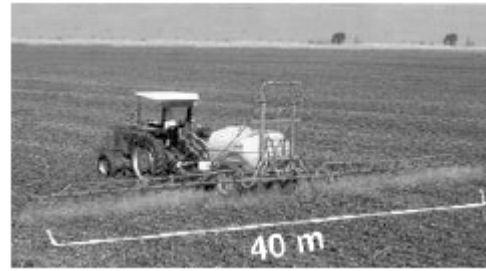
A distância percorrida pelo corredor, no intervalo entre 0 e 5 segundos, é igual à área do trapézio sombreado. Calcule essa distância.

**15. (UERJ-06)** Uma área agrícola, próxima a um lago, precisa ser adubada antes do início do plantio de hortaliças. O esquema abaixo indica as medidas do terreno a ser plantado. Os dois lados paralelos distam 10 km e os três ângulos obtusos indicados são congruentes.



- Para corrigir a elevada acidez do solo, o produto recomendado foi o calcário ( $CaCO_3$ ), na dosagem de  $5 g/m^2$  de solo.

- Para a adubação do terreno, emprega-se um pulverizador com 40 m de comprimento, abastecido por um reservatório de volume igual a  $2,16 m^3$ , que libera o adubo à vazão constante de  $1.200 cm^3/s$ . Esse conjunto, rebocado por um trator que se desloca à velocidade constante de 1 m/s, está representado na figura abaixo.



- A partir do início da adubação, a qualidade da água do lago passou a ser avaliada com regularidade.

I) A área do terreno a ser plantada é, em  $km^2$ , igual a:  
A) 160 B) 165 C) 170 D) 175

II) Para corrigir a acidez do solo, a quantidade de matéria necessária, em mol de  $CaCO_3$ , por  $km^2$  de área a ser plantada, corresponde a:  
A)  $4,0 \times 10^6$  B)  $5,0 \times 10^4$  C)  $1,5 \times 10^3$  D)  $2,5 \times 10^2$

III) Considere o reservatório do pulverizador completamente cheio de adubo. A área máxima, em  $m^2$ , que o trator pode pulverizar com todo esse adubo, é aproximadamente igual a:  
A) 18.000 B) 60.000 C) 72.000 D) 90.000

**16. (UFF-04)** Dentre as previsões populacionais para o Brasil, a mais sensata parece ser a do Fundo das Nações Unidas. Essa instituição prevê que o país estacionará em torno de 400 milhões de habitantes, no fim do século XXI.

Trecho adaptado de reportagem da revista Veja, 27 de março de 1996.

A mesma reportagem considera, ainda, que tal crescimento populacional garantiria ao Brasil uma densidade demográfica (razão entre o número de habitantes e a área do país), no fim do século XXI, igual à metade da densidade demográfica da França no ano de 1996.

Sabe-se que a área territorial do Brasil é, aproximadamente, 15,5 vezes a área da França.

Pode-se concluir, de acordo com a reportagem, que a população da França, em 1996, em milhões de habitantes, era de, aproximadamente:

- A) 12,6 D) 75,7  
B) 25,8 E) 103,20  
C) 51,6

GABARITO

71-200.000 pessoas; 72-D; 73-40 m<sup>2</sup>; 74- a) 600 m<sup>2</sup>,  
b) 16 m; 75-E; 76-  $x = 1$  ou  $x = 2$ ; 77-R\$ 32,00; 78-C;  
79-E; 80-B; 81-C; 82-D; 83- a) A opção que Raquel  
sugeriu.  
b) Três maneiras diferentes: 3 grandes e 1 pequena, 2  
grandes e 4 pequenas e 1 grande e 7 pequenas. c) Na  
opção: 3 grandes e 1 pequena; 84-22,5; 85- I-D. II-B.  
III-72.000; 86-C